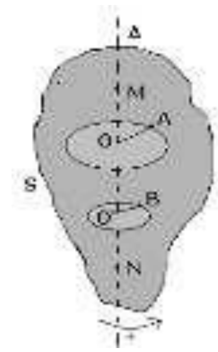
# Cours N°PM 5: Mouvement de rotation

**Introduction : Sous l'action d'un ensemble de forces, la grande roue est animée d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe. Un tel mouvement est caractérisé, à chaque instant, par son accélération angulaire. Qu'est-ce que l'accélération angulaire ? Quelle relation la relie aux moments des forces appliquées à la grande roue ?**

## I- Abscisse angulaire – Vitesse angulaire - accélération angulaire :

### 1- Rappel :

Un **solide indéformable** est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ), si : « Tous les points du solide décrivent des trajectoires circulaires centrées sur l'axe de rotation, sauf les points qui appartiennent à cet axe ».




### 2- Repérage d'un point en mouvement :

On repère la position d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ), en utilisant **l'abscisse angulaire** $\theta$ ou bien **l'abscisse curviligne** $S$.

- **L'abscisse angulaire** $\theta$ : c'est l'angle entre $\overrightarrow{OM_0}$ et $\overrightarrow{OM}$ :

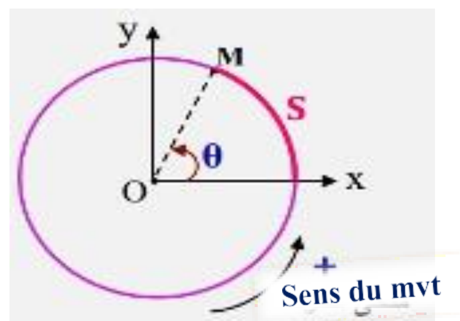
  $\theta = (\overrightarrow{OM_0} ; \overrightarrow{OM})$ s'exprime en radian (rad)

- **L'abscisse curviligne** $s$ : c'est la longueur de de l'arc $M_0M$ :

  $S = \widehat{M_0M}$ s'exprime en mètre (m)

- **Relation** entre **l'abscisse angulaire et l'abscisse curviligne est :**

  $S = R.\theta$ avec : R : rayon du cercle en (m)




### 3- Vitesse angulaire et vitesse linéaire

**La vitesse angulaire** $\dot{\theta}$ : C'est la dérivée de l'abscisse angulaire par rapport au temps :

........... ;. en ( ....)

**La vitesse linéaire V** : C'est la dérivée de l'abscisse **curviligne** par rapport au temps :

............. ; en (..... )

Relation entre **la vitesse curviligne et la vitesse angulaire** :

**On a** ... ... ... **par dérivation** .........................................

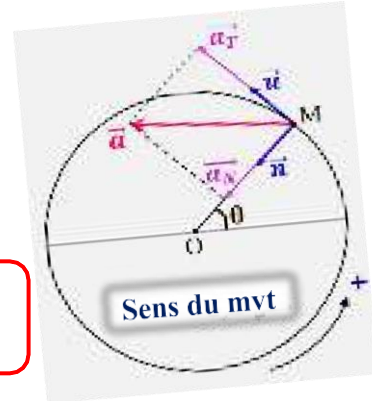
...............

**Remarque** Le vecteur vitesse linéaire $\vec{V}$ est de direction tangentielle à la trajectoire circulaire au point M , dans la base de Frenet on a : $\vec{V} = V\vec{u}$

....................

### 4- Accélération angulaire

**L’accélération angulaire** : C’est la dérivée de la vitesse angulaire par rapport au temps. **Dans le repère de Frenet $(M,\vec{u},\vec{n})$** **; le vecteur accélération possède deux composantes :** $\vec{a} = a_T\vec{u} + a_N\vec{n}$




- **La composantetangentielle :**..............................................................................

 .............................................................................................................

 ....................

- **La composante normale :** ...................................................................................

 ....................

**L’unité de $a_T$ et $a_N$ en SI est $m.\mathrm{B}^{-2}$**

**Application 1** : L’expression de l’abscisse angulaire du point M d’un solide en rotation autour d’un axe fixe est :

$\theta(t) = 10t^2 + 40t + 6$ $t$ est en $(s)$ et $\theta$ en $(rad)$

1- Déterminer l’expression de la vitesse angulaire du point M en fonction du temps.
2- Déterminer l’expression de l’accélération angulaire du point M en fonction du temps.
3- Quelle est la nature du mouvement du point M.

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

.............................................................................................................................................................

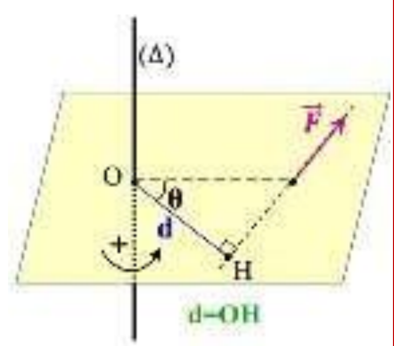
## II- Principe fondamentale de la dynamique de rotation : ( PFD)

### 1- Rappel moment d’une force

**Le moment d'une force** par rapport à l'axe de rotation (Δ) (passant par O) est le produit de **l'intensité F** de la force par **d distance** entre la droite d'action de la force et l'axe de rotation :

 ....................

s’exprime en (. .....)




- **Le moment d'une force** est une grandeur algébrique.
- Si la **droite d’action** de la force se coupe à l'axe (Δ), ou parallèle avec lui, alors le moment de cette force est nul : $M_\Delta(\vec{F}) = 0$

## 2- Enoncé PFD

Dans un repère lié au référentiel terrestre, pour un corps solide en rotation autour d'un axe fixe (Δ), **la somme algébrique des moments par rapport à l'axe fixe (Δ) de toutes les forces appliquées au solide est égale, à chaque instant, au produit du moment d'inertie $J_\Delta$ de ce solide par son accélération angulaire $\ddot{\theta}$ :**

.........................................

......................................................

......................................................

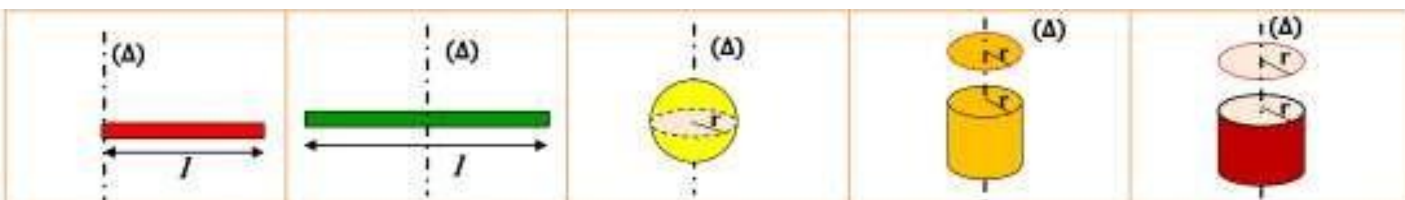
......................................................

**Remarque**

- Si $\ddot{\theta} = 0$, Le solide a un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe (Δ)
- Si $\ddot{\theta} = cte$ G 0, Le solide est animé d'un mouvement de rotation uniformément varié autour de l'axe (Δ)

## 3- Moments d'inertie de quelques solides particuliers :

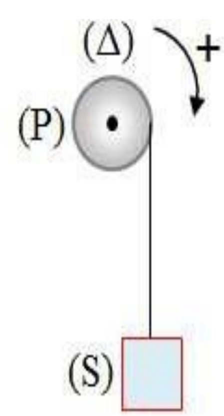
**Le moment d'inertie d'un solide dépend de la masse du solide et de ses dimensions.**




| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $J_\Delta = \frac{1}{3}mr^2$ | $J_\Delta = \frac{1}{12}mr^2$ | $J_\Delta = \frac{2}{5}mr^2$ | $J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$ | $J_\Delta = mr^2$ |
| Tige :(Δ) Passant à l'extrémité | Tige : (Δ) Passant au milieu | Sphère plein | Disque ou cylindre plein | Anneau ou cylindre creux |

# III- Applications : Mvt d'un solide en translation et en rotation autour d'un axe fixe :

**Application 1** Un corps (S) de masse $m_s = 0,8$ k$g$ est attaché à une **corde inextensible** et de masse négligeable. La corde est enroulée **sans glissement** sur la poulie de rayon $r = 10\ cm$ et de masse $m_p = 0,2$ k$g$ . La poulie est en mouvement de rotation autour de l'axe (Δ) .




**1-** En appliquant la 2éme loi de Newton sur le **<u>corps (S)</u>** ,

Trouver l'expression $T'$ , l'intensité de la force qui exerce la corde sur le **<u>corps (S)</u>**)

**2-** En appliquant le principe fondamentale de la dynamique sur **<u>la poulie (P)</u>** ,

Trouver l'expression $T$ , l'intensité de la force qui exerce la corde sur la poulie (P)

**3-** Montrer que l'expression de l'accélération acquise par le corps (S) est :

$$a = \frac{g\ sin(\alpha)}{1+\frac{M}{2m_S}};$$ puis Calculer sa valeur.

**<u>Données</u>** : **moment de couple de frottement du cylindre** $M_c = -0,38\ N.m^{-1}$

$g = 9,81\ m.s^{-2}$ ; **Moment d'inertie de poulie :** $J_\Delta = \frac{1}{2} m_p . r^2$